Distribuciones de probabilidad

Discretas (Binomial y Poisson)

Continuas (Normal)

Definición

- Son funciones matemáticas que permiten describir como se espera que ocurran los resultados de un experimento aleatorio en función de las características de la variable aleatoria

Variables aleatorias

Discretas:

Una variable aleatoria discreta es una variable aleatoria que tiene valores contables, tales como una lista de enteros no negativos.

Solo pueden tomar valores enteros.

Continuas:

Una variable aleatoria continua es una variable aleatoria con un conjunto de valores posibles (el rango) que es infinito y no se puede contar.

El rango de valores posibles se encuentra dentro de la recta de los reales.

Función de distribución de probabilidad

- Es la función que asigna a cada uno de los valores posibles de la variable aleatoria (x_i) su probabilidad (p_i)
- Estas funciones deben cumplir con todos los axiomas de probabilidad

Distribución Binomial

Ensayo de Bernoulli y ejemplos

Definición

- La distribución binomial es una distribución discreta muy importante que surge en muchas aplicaciones bioestadísticas. Fue obtenida por Jakob Bernoulli (1654-1705) y publicada en su obra póstuma Ars Conjectandi en 1713.
- Esta distribución aparece de forma natural al realizar repeticiones independientes de un experimento que tenga respuesta binaria, generalmente clasificada como "éxito" o "fracaso"; este experimento recibe el nombre de experimento de Bernoulli.

Experimento de Bernoulli

- Desde el punto de vista de la teoría de la probabilidad, estos ensayos están modelados por una variable aleatoria que puede tomar sólo dos valores, 0 y 1. Habitualmente, se utiliza el 1 para representar el éxito.
- Si p es la probabilidad de éxito, entonces el valor del valor esperado de la variable aleatoria es p y su varianza, $p(1-p)$.
- p = Probabilidad de éxito
- q = Probabilidad de fracaso = $1-p$

Condiciones de aplicación

- Ensayo de Bernoulli
- Ensayos independientes
- Un número de ensayos idénticos (n)
- p constante

Función y fórmula general

$$p_{(x,n,p)} = C_x^n p^x q^{n-x}$$

Siendo: n el número de ensayos total, p la probabilidad de éxito y x el número de éxitos

- **Media = np** (por el teorema de la media de la suma)
- **Varianza = npq** (por el teorema de la varianza de la suma de variables independientes)

Características de la binomial

- Sus parámetros son n y p
  - Cuando la p es pequeña (menor a 0,5) hay una asimetría con sesgo hacia la derecha
  - Con p = 0,5 la distribución es simétrica

Ejemplo

La probabilidad de consultas por problemas respiratorios en una policlínica es de 0,25. Cual es la probabilidad de que habiendo 5 pacientes:

A. Consulten por problemas respiratorios como máximo 2 personas?
B. Que por lo menos una persona consulte por problemas respiratorios?
C. Hallar la media y desviación típica en un total de 100 consultas

Parte A

$$P_{(x,n,p)} = C_x^n p^x q^{n-x}$$

- $B_{(n,p)} \rightarrow B_{(5,0,25)}$
- $n = 5 \quad p = \frac{1}{4} = 0{,}25 \quad q = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$
- $P_{(x\leq 2)} = P_{(x=2)} + P_{(x=1)} + P_{(x=0)} = \mathbf{0,8965}$
- $P_{(x=0)} = C_0^5 \times 0{,}25^0 \times 0{,}75^5 = 0{,}2373$
- $P_{(x=1)} = C_1^5 \times 0{,}25^1 \times 0{,}75^4 = 0{,}3955$
- $P_{(x=0)} = C_2^5 \times 0{,}25^2 \times 0{,}75^3 = 0{,}2657$

Parte B

- $B_{(n,p)} \rightarrow B_{(5,0,25)}$
- $n = 5 \quad p = \frac{1}{4} = 0{,}25 \quad q = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$
- $P_{(x\geq1)} = P_{(x=1)} + P_{(x=2)} + P_{(x=3)} + P_{(x=4)} + P_{(x=5)} = 1 - P_{(x=0)} = \mathbf{0,7627}$
- $P_{(x=0)} = C_0^5 \times 0{,}25^0 \times 0{,}75^5 = 0{,}2373$

Parte C

- $B_{(n,p)} \rightarrow B_{(100{,}0{,}25)}$
- $\bar{x} = np = 100 \times 0{,}25 = 25$
- $s = \sqrt{npq} = \sqrt{100 \times 0{,}25 \times 0{,}75} = \sqrt{18{,}75} = 4{,}33$

Distribución de Poisson

Características y ejemplo

Definición como caso límite de binomial

- La distribución de Poisson debe su nombre al matemático francés Simeón Denis Poisson (1781-1840), aunque ya había sido introducida en 1718 por Abraham De Moivre (1667-1754) como una forma límite de la distribución binomial que surge cuando se observa un evento raro después de un número grande de repeticiones.
- En general, la distribución de Poisson de parámetro λ se puede utilizar como una aproximación de la binomial, B(n, p), si el número de pruebas n es grande, pero la probabilidad de éxito p es pequeña, siendo $\lambda = np$

Otra definición

- La distribución de Poisson surge cuando un evento o suceso “raro” ocurre aleatoriamente en el espacio o el tiempo.
- La variable asociada es el número de ocurrencias del evento en un intervalo o espacio continuo, por tanto, es una variable aleatoria discreta que toma valores enteros de 0 en adelante (0, 1, 2,...).
- El número de pacientes que llegan a un consultorio en un lapso dado, el número de llamadas que recibe un servicio de atención a urgencias durante 1 hora, el número de células anormales en una superficie histológica o el número de glóbulos blancos en un milímetro cúbico de sangre son ejemplos de variables que siguen una distribución de Poisson.
- En general, es una distribución muy utilizada en diversas áreas de la investigación médica y, en particular, en epidemiología

Evento ¿“raro”?

- El concepto de evento “raro” o poco frecuente debe ser entendido en el sentido de que la probabilidad de observar k eventos decrece rápidamente a medida que k aumenta.
- Por ejemplo, el número de reacciones adversas tras la administración de un fármaco sigue una distribución de Poisson de $\lambda = 2$. Si se administra este fármaco a 1.000 individuos, la probabilidad de que se produzca una reacción adversa ($k = 1$) es 0,27; los valores de dicha probabilidad para $k = 2, 3, 4, 5, 6$ reacciones, respectivamente, son: 0,27; 0,18; 0,09; 0,03 y 0,01. Para $k = 10$ o mayor, la probabilidad es virtualmente 0.

Función de probabilidad

$$P_{(x)} = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

$$\mu = np = \lambda$$
$$\sigma^2 = npq = \lambda q = \lambda$$

Siendo $\lambda = cte = np$ y $n \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$ y $\mathrm{q} \rightarrow 1$

Ejemplo

Un departamento de radiografía general recibe generalmente 4 pacientes por turno nocturno. Cual es la probabilidad de:

A. Recibir 2 pacientes en un turno
B. No recibir ningún paciente
C. Recibir menos de 3 pacientes
D. Recibir mas de 3 pacientes

Parte A

$$P_{(x)} = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

$$\lambda = 4\ pacientes/turno$$

$$P_{(x=2)} = \frac{e^{-4}4^{2}}{2!} = 0{,}1465$$

Parte B

$$P_{(x)} = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

$$\lambda = 4\ pacientes/turno$$

$$P_{(x=0)} = \frac{e^{-4}4^{0}}{0!} = 0{,}01831$$

Parte C

$$P_{(x)} = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

$$\lambda = 4\ pacientes/turno$$

$$P_{(x<3)} = P_{(x=0)} + P_{(x=1)} + P_{(x=2)} = \mathbf{0,238}$$

$$P_{(x=0)} = \frac{e^{-4}4^{0}}{0!} = 0{,}01831$$

$$P_{(x=1)} = \frac{e^{-4}4^{1}}{1!} = 0{,}0732$$

$$P_{(x=2)} = \frac{e^{-4}4^{2}}{2!} = 0{,}1465$$

Parte D

$$P_{(x)} = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

$$\lambda = 4\ pacientes/turno$$

$$P_{(x>3)} = 1 - P_{(x=0)} + P_{(x=1)} + P_{(x=2)} + P_{(x=3)} = 1 - 0{,}4333 = \mathbf{0,5667}$$

$$P_{(x=0)} = \frac{e^{-4}4^{0}}{0!} = 0{,}01831$$

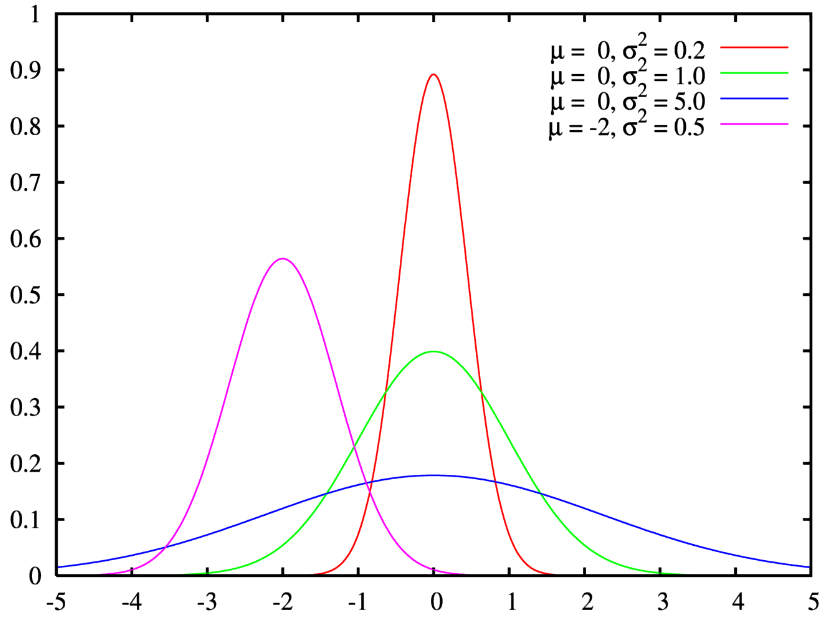
$$P_{(x=1)} = \frac{e^{-4}4^{1}}{1!} = 0{,}0732$$

$$P_{(x=2)} = \frac{e^{-4}4^{2}}{2!} = 0{,}1465$$

$$P_{(x=3)} = \frac{e^{-4}4^{3}}{3!} = 0{,}1953$$

Distribución Normal

Teoría, función, tipificación, aproximación de binomial y aplicaciones



Función de densidad f(x)

En las variables continuas no definimos una función de probabilidad, ya que la probabilidad de cualquier valor específico en estas variables siempre es 0. (Porque matemáticamente la integral de un punto es igual a 0)

Hablamos de función de densidad como el análogo en variables aleatorias continuas, la podemos imaginar como la función en la que su gráfico es un histograma con infinitos puntos.

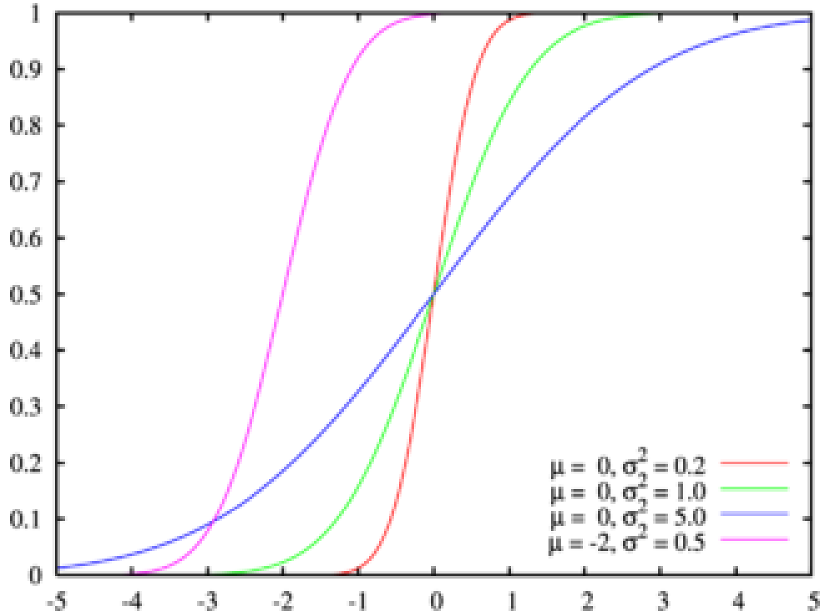
Es una función no negativa.

El área debajo de la curva total es 1:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x).dx = 1$$

La integral de un intervalo es la probabilidad del mismo.

Función de distribución F(x)



A partir de la función de probabilidad f(x), podemos definir una función de densidad F(x) como:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx$$

Podemos pensar esta función como la probabilidad acumulada de la distribución.

El área debajo de la curva total es 1:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x).dx = 1$$

Distribución Normal, de Laplace Gauss o campana

La distribución normal es, sin duda, la distribución de probabilidad más importante del Cálculo de probabilidades y de la Estadística.

Fue descubierta, como aproximación de la distribución binomial, por Abraham De Moivre (1667-1754) y publicada en 1733 en su libro The Doctrine of Chances.

Estos resultados fueron ampliados por Pierre-Simon Laplace (1749- 1827), quién también realizó aportaciones importantes.

En 1809, Carl Friedrich Gauss (1777- 1855) publicó un libro sobre el movimiento de los cuerpos celestes donde asumía errores normales.

Importancia y presencia

- La importancia de la distribución normal queda totalmente consolidada por ser la distribución límite de numerosas variables aleatorias, discretas y continuas, como se demuestra a través de los teoremas centrales del límite
- Las consecuencias de estos teoremas implican la casi universal presencia de la distribución normal en todos los campos de las ciencias empíricas: biología, medicina, psicología, física, economía, etc.
- En particular, muchas medidas de datos continuos en medicina y en biología (talla, presión arterial, etc.) se aproximan a la distribución normal.

Función de densidad de la distribución normal

$$\Phi_{\mu,\sigma^2}(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi_{\mu,\sigma^2}(u)du = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$donde\text{: } \mu\ (media) y\ \sigma\ (desviación\ estandar)$
$son\ los\ parámetros\ de\ la\ distribución\ y$

$$x \in \mathbb{R}$$

Características generales

- La distribución normal queda totalmente definida mediante dos parámetros: la media (μ) y la desviación estándar o desviación típica (σ).
- Su función de densidad es simétrica respecto a la media y la desviación estándar nos indica el mayor o menor grado de apertura de la curva que, por su aspecto, se suele llamar campana de Gauss.
- Esta distribución se denota por N(μ,σ).
- $\mu = Mn = Mo$
- Tiene dos puntos de inflexión ubicados en:

$$x = \mu \pm \sigma$$

Distribución Normal Estándar y tipificación o estandarización o normalización

- Cuando la distribución normal tiene como parámetros $\mu = 0$ y $\sigma = 1$ recibe el nombre de distribución normal estándar.
- Cualquier variable X que siga una distribución normal de parámetros μ y σ se puede transformar en otra variable que sigue una distribución normal estándar, este proceso se denomina estandarización, tipificación o normalización.

Pero…
¿para que?

- Los cálculos de probabilidades de esta distribución son complejos por lo que generalmente se utiliza una tabla con los valores de probabilidad acumulada ya calculados.
- Ya que por definición se pueden tener infinitas distribuciones normales (recordar que μ y σ pueden tomar cualquier valor del conjunto de los reales) es imposible tener una tabla por cada valor de los parámetros.
- Gracias a poder transformar cualquier normal en la normal tipificada con una sola tabla podemos calcular las probabilidades para cualquier normal.

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} \quad \text{o} \quad x = z\sigma + \mu$$

Consideraciones generales

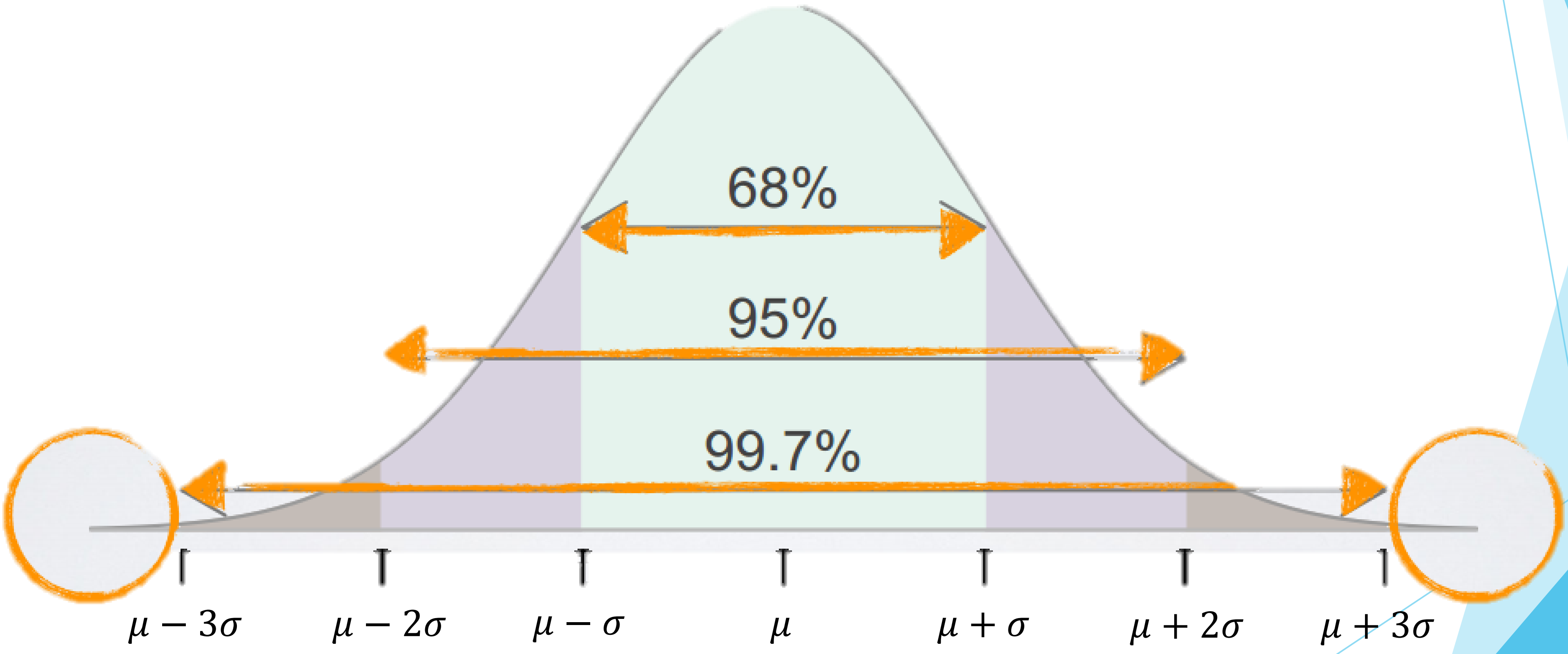


Tabla Z

- Para el resto de los valores nos valemos de la tabla de la distribución normal tipificada y la ecuación para tipificar cualquier variable de cualquier distribución normal
- Generalmente en las tablas de z No se tabulan los valores de z negativos porque la distribución es simétrica

$$z=(x-\mu)/\sigma \quad \text{o} \quad x=z\sigma+\mu$$

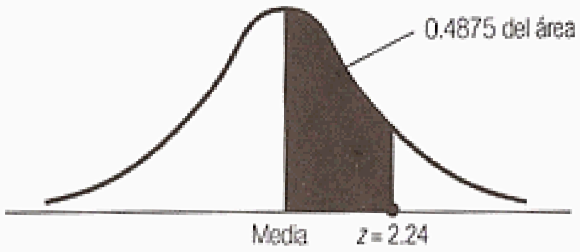


Tabla distribución de probabilidad normal estándar

*Áreas bajo la curva de distribución de probabilidad normal estándar, entre la media y valores positivos de z

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	$\boxed{0.4332}$	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

Practicar
uso de la tabla

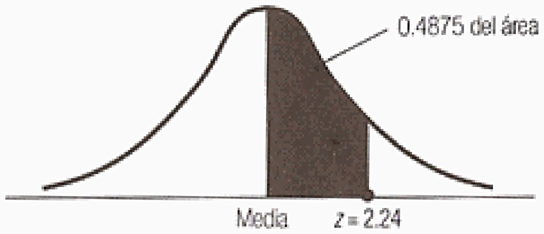


Tabla distribución de probabilidad normal estándar

*Áreas bajo la curva de distribución de probabilidad normal estándar, entre la media y valores positivos de z

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	$\boxed{0.4332}$	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

Calcular:

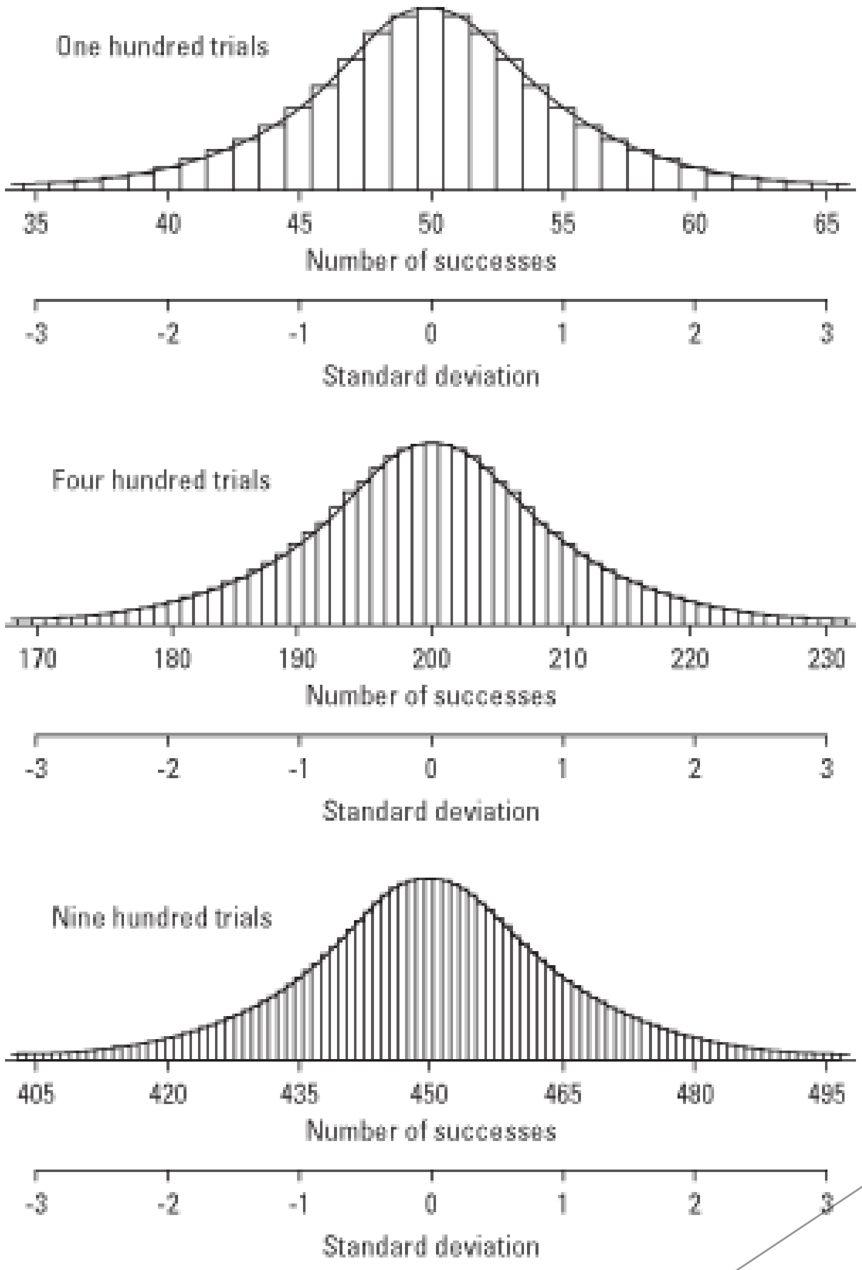
- P $(z<2{,}35)$
- P $(z>-1{,}37)$
- P $(z>1{,}77)$
- P $(z<-1{,}86)$
- P $(1<z<1)$
- P $(-0{,}11<z<1{,}01)$
- P $(0{,}11<z<1{,}01)$

En una N(4,2) hallar x que cumpla:

P (por encima de x) = 0,3820

(0,5 - 0,382 = 0,118)

0,3 x 2 + 4 = 4,6



Convergencia Binomial-Normal

El teorema de de Moivre nos indica que:

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{a,b} C_x^n p^x q^{n-x} = \int_{a-0,5}^{b+0,5} N_{(np,npq}(x)dx$$

Esto quiere decir que cuando n tiende a infinito la binomial se transforma en una normal con media np y desviación npq

Las condiciones para esta aproximación son (al menos una cierta):

$$np \; y \; nq \;\; \geq 15$$

$$npq > 5$$

$$np \pm 3\sqrt{npq} \in \{0, n\}$$

Distribución T (de Student)

Definición y relación con la distribución normal

Teoría de pequeñas muestras

- En probabilidad y estadística, la distribución t surge del problema de estimar la media de una población normalmente distribuida cuando el tamaño de la muestra es pequeño.
- A esta teoría también se le llama teoría exacta del muestreo, porque se puede utilizar con muestras aleatorias de tamaño grande.

Grados de libertad

- Para entender esta distribución primero es necesario introducir el concepto de grados de libertad.
- Para definirlos necesitamos hacer referencia a la varianza muestral:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

- Esta fórmula está basada en n-1 grados de libertad. Esta terminología resulta de que si bien la varianza está basada en n cantidades, la suma de todos los $x_i - \bar{x}$ siempre resulta 0, por lo que especificar los valores de cualquier n-1 de las cantidades determina el valor restante.

Por ejemplo...

$$n = 4$$

$$x_1 - \bar{x} = 8$$
$$x_2 - \bar{x} = -6$$
$$x_4 - \bar{x} = -4$$

¿Cuanto vale x_3?

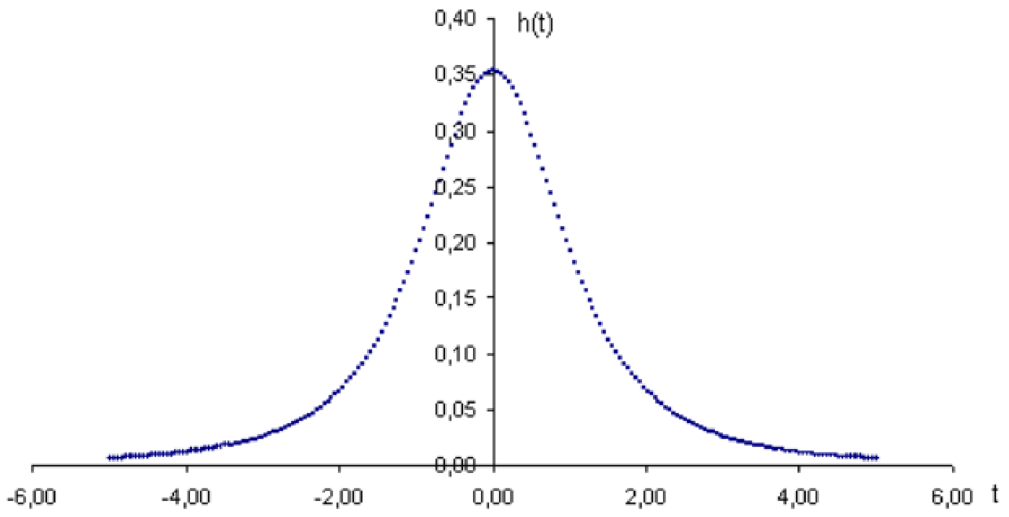
Grados de libertad (cont)

- En este caso podemos decir que tres de las cuatro medidas están libremente determinadas, la otra siempre tiene que tomar el valor que convierta la suma total en cero.
- Por esto en este ejemplo decimos que tenemos 3 grados de libertad.
- Siempre se cumple para la distribución t que:

  Grados de libertad = número de mediciones - 1

Definición y función de densidad

$$h_k(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)\sqrt{\pi k}}\left(1 + \frac{t^2}{k}\right)^{-\frac{(k+1)}{2}} \qquad -\infty < t < \infty, \qquad donde \qquad \Gamma(p) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{p-1} dx$$



- El gráfico de esta función es simétrico, independientemente del valor de k, y de forma similar a una distribución normal.
- Al igual que la normal estándar, es simétrica y unimodal, con el máximo en el valor de la media, 0. Se diferencia de z en que las colas son mas amplias.
- Cuando el número de grados de libertad tiende a infinito, la forma límite es la distribución estandar.

Propiedades de t

- Tiene forma de campana con centro en 0.
- Es más dispersa que la curva normal estándar.
- A medida que k aumenta, la dispersión disminuye.
- Con k tendiendo a infinito, las curvas se aproximan a la normal estándar.