Instituto CBQ
Educamos diferente

METODOLOGÍA CIENTÍFICA

Probabilidad general

PROBABILIDAD

Axiomas, teorema de Bayes, ejercicios.

EXPERIMENTO ALEATORIO (EPSILON)

Son los fenómenos en los que en reproducción controlada no se puede determinar el resultado.

Tenemos una incertidumbre con respecto a la predicción.

¿Ejemplos?

EXPERIMENTO ALEATORIO (EPSILON)

Tradicionalmente el estudio de la probabilidad nace de intentar predecir con cierto grado de certitud el resultado de experimentos aleatorios como tirar una moneda, un dado, juegos de naipes o loterías.

Estos principios que se observaron en experimentos reales con el tiempo se fueron generalizando para cualquier situación de estas características por medio de herramientas matemáticas, naciendo el estudio de la probabilidad propiamente dicha.

Ahora es de gran utilidad en todas las áreas científicas y principalmente biológicas ya que los estudios raramente responden a situaciones deterministas

ESPACIO MUESTRAL (Ω)

Conjunto formado por los resultados posibles de un experimento aleatorio.

¿Ejemplos?

EVENTOS O SUCESOS

Subconjunto de un espacio muestral.

¿Ejemplos?

OPERACIONES

De manera análoga a como realizamos operaciones entre números, entre sucesos definidos de un espacio muestral también se pueden realizar operaciones.

Las operaciones definidas en un espacio muestral son:

- Unión (Ocurre A, Ocurre B o Ambos – Sin elementos repetidos)
- Intersección (Eventos que ocurren simultáneamente en A y B)
- Diferencia
- Complementario (Contiene a todos los sucesos que no están en el conjunto)

TIPOS DE SUCESOS

Sucesos Mutuamente Excluyentes

- A intersección B igual a 0
- ¿Ejemplo?

Sucesos dependientes

- La ocurrencia de uno depende de la ocurrencia del otro
- ¿Ejemplo?

DEFINICIÓN CLÁSICA DE PROBABILIDAD

$$P_{(A)} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{Número\ de\ resultados\ favorables\ al\ suceso\ A}{Número\ de\ resultados\ posibles\ del\ experimento\ aleatorio}$$

CASOS BÁSICOS (EXTRACCIÓN SIMPLE)

¿Cual es la probabilidad de que al lanzar un dado, el resultado sea par?

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

$A = \{2,4,6\}$

$$P_{(A)} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = 0{,}5$$

EJERCICIO

¿Cuál es la probabilidad que al lanzar dos dados, su suma sea múltiplo de 3?

$\Omega = 36$

$A = 12$

$P_{(A)} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12}{36} = 1/3$

¿Cuál es la suma mas probable?

PROPIEDADES (AXIOMAS) DE PROBABILIDADES

Si A es un suceso definido en el espacio muestral, entonces:

$0 \leq P(A) \leq 1$

Y

$P(A) + P(A') = 1$

Probabilidad igual a 1 significa que el suceso es seguro, y probabilidad igual a 0 el suceso es imposible

TEOREMA DE LA ADICIÓN

Si A y B son sucesos no excluyentes en un espacio muestral:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Si A y B son sucesos mutuamente excluyentes ($A \cap B = \{0\}$); $P(A \cap B) = 0$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

TEOREMA DE MULTIPLICACIÓN

Si A y B son sucesos no independientes

$P(A \cap B) = P(A) \times P({}^{B}/_{A})$

Una urna contiene 6 bolitas azules y 4 blancas. Se extraen 2 bolitas sucesivamente y sin reposición. Calcular la probabilidad que la primera sea blanca y la segunda azul.

$P(b \cap a) = P(b) \times P({}^{a}/_{b})$

$\frac{4}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{24}{90} = 4/15$

TEOREMA DE MULTIPLICACIÓN

Si A y B son sucesos independientes

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

A una urna con 6 bolitas azules y 4 blancas se extraen 2 sucesivamente con reposición. ¿Cual es la probabilidad que la primera sea azul y la segunda blanca?

$P(b \cap a) = P(b) \times P(a)$

$\frac{4}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{24}{100} = 6/25$

PROBABILIDAD CONDICIONADA

Probabilidad de que ocurra un suceso, siendo que ocurrió otro.

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Ejercicio:

En una generación, el 50% aprueba Metodología, el 60% aprueba Anatomía y el 30% aprueba ambos. Seleccionando al azar un estudiante, ¿cuál es la probabilidad que apruebe Metodología, si aprobó Anatomía?

PROBABILIDAD CONDICIONADA

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$P(A) = 0{,}6$ $\quad$ $P(B) = 0{,}5$ $\quad$ $P(A \cap B) = 0{,}3$

$$P(B/A) = \frac{0{,}3}{0{,}6} = 0{,}5$$

TEOREMA DE BAYES

Sirve para revisar probabilidades previamente calculadas cuando hay nueva información, también llamado por esto calculo *a posteriori*

$$P(Ai/B) = \frac{P(Ai) \times P(B/Ai)}{P(B)}$$

$$P(B) = \sum_{k=1}^{n} P(B/Ak) \times P(Ak)$$

EJERCICIO DE BAYES

Un laboratorio de análisis clínico tiene 3 máquinas automáticas independientes que realizan el mismo tipo de estudios. La máquina 1 produce el 15% de los análisis con un 1% de error. La máquina 2 produce el 45% de los análisis con un 3% de error. La máquina 3 produce el 40% de los análisis con un 2% de error.

- Si se elige un estudio al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que esté errado?
- ¿De que máquina es mas probable que provenga, si tengo un estudio que no resultó errado?

$P(A_1)$	0,15		
$P(A_2)$	0,45		
$P(A_3)$	0,4		
$P(B_1/A_1)$	0,01		
$P(B_1/A_2)$	0,03		
$P(B_1/A_3)$	0,02		
$P(B_2/A_1)$	0,99	=1-B4	$P(B_2/A_1) = 1 - P(B_1/A_1)$
$P(B_2/A_2)$	0,97	=1-B5	$P(B_2/A_2) = 1 - P(B_1/A_2)$
$P(B_2/A_3)$	0,98	=1-B6	$P(B_2/A_3) = 1 - P(B_1/A_3)$
$P(B_1)$	**0,023**	=B1*B4+B2*B5+B3*B6	$P(B_1) = P(A_1) \cdot P(B_1/A_1) + P(A_2) \cdot P(B_1/A_2) + P(A_3) \cdot P(B_1/A_3)$
$P(B_2)$	0,977	=1-B10	$P(B_2) = 1 - P(B_1)$
$P(A_1/B_1)$	0,065	=B1*B4/B10	
$P(A_2/B_1)$	0,587	=B2*B5/B10	$P(A_i/B_1) = \frac{P(A_i) \cdot P(B/A_1)}{P(B_1)}$
$P(A3/B_1)$	0,348	=B3*B6/B10	
P(A1/B2)	0,152	=B1*B7/B11	
P(A2/B2)	**0,4468**	=B2*B8/B11	
P(A3/B2)	0,4012	=B3*B9/B11	